

Algoritmi e Laboratorio
a.a. 2004/2005

Prova scritta del 21 dicembre 2004

COGNOME NOME

Matr. n.

1. **(PUNTI 2 + 1)** Completare i seguenti due algoritmi con gli invarianti di ciclo che permettono di dimostrarne la correttezza.

ALGORITMO 1

{A.I.: $n \geq 0$ }

$z \leftarrow 0$

$y \leftarrow n$

{I.C.: }

while $y > 0$ **do**

$z \leftarrow z + m$

$y \leftarrow y - 1$

return z

{A.F.: $z = m * n$ }

ALGORITMO 2

{A.I.: $n \geq 0, m > 0$ }

$r \leftarrow n$

$q \leftarrow 0$

{I.C.: }

while $r \geq m$ **do**

$r \leftarrow r - m$

$q \leftarrow q + 1$

return q, r

{A.F.: $n = m q + r, 0 \leq r < m$ }

2. **(PUNTI 2)**

Fornire la definizione della notazione $\Theta(g(n))$ e la rappresentazione grafica del suo significato.

3. **(PUNTI 3 + 2 + 2 + 1)** Si abbia un algoritmo *Merge_nuova*, di complessità $O(q-p+1)$ che avendo in input un array A di interi e quattro indici p, r, s, q, esibisca il comportamento descritto nel seguito:

{ $1 \leq p \leq r \leq s \leq q \leq \text{length}(A)$ }

& A[p..r] e' ordinato & A[r+1..s] e' ordinato & A[s+1..q] e' ordinato }

Merge_nuova (A, p, r, s, q)

{ A[p..q] e' ordinato }

- a) Si scriva un algoritmo *Mergesort_nuovo* che ordini gli elementi di A dividendo il vettore in tre parti approssimativamente uguali, ordinandole, e ricomponendole.
- b) Esprimere la complessità asintotica con un'equazione di ricorrenza e risolverla:
- c) con il metodo iterativo, e
- d) con il teorema fondamentale.

4. (PUNTI 5)

Scrivere un algoritmo “Divide et Impera” che risolva il seguente problema:

Dati due numeri naturali inf e sup e tre sequenze di n elementi ($n \geq 1$), memorizzate in tre array A , B , e C restituisca:

- 1, se il numero degli i (compresi tra 1 e n) tale che $A[i] + B[i] = C[i]$ è $< inf$,
- 0, se tale numero è $\geq inf$ e $\leq sup$,
- 1, altrimenti.

5. (PUNTI 1 + 2 + 1)

- a) Fornire l’algoritmo di Huffman.
- b) Determinare mediante tale algoritmo un codice ottimo per i seguenti caratteri con le relative frequenze:

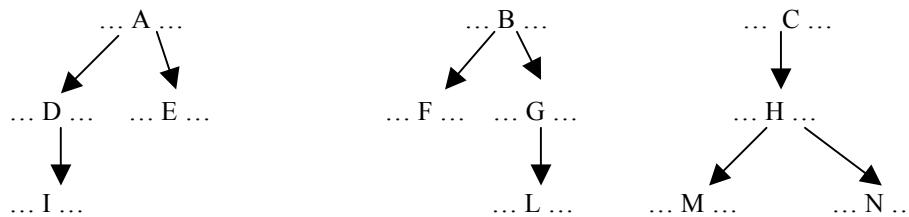
A:7, B:15, C:9, D:13, E:5, F:30, G:7, H:14

- c) Il codice di Huffman trovato è l’unico? (Motivare la risposta.)

6. (PUNTI 2 + 1)

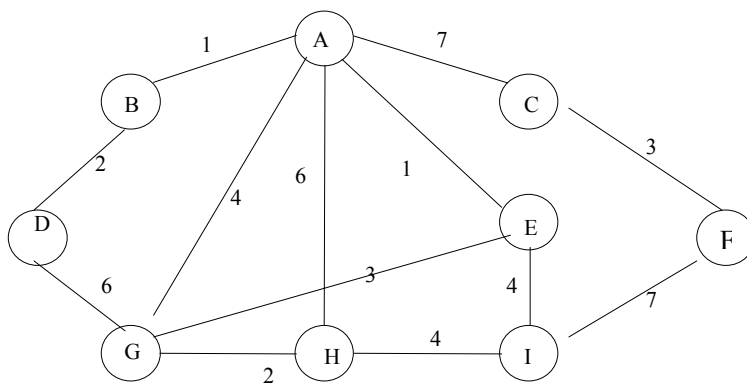
La seguente foresta sia il risultato di una visita in profondità su un grafo orientato.

- a) Fornire, per ogni vertice, i tempi di inizio visita e fine visita (scrivendolo, rispettivamente a sinistra e a destra del nodo).
- b) Fornire l’ordine con il quale devono essere considerati i vertici per effettuare una seconda visita che individui le componenti fortemente connesse del grafo.



7. (PUNTI 3 + 1)

- a) Si determini, applicando l’algoritmo di Kruskal, un minimum spanning tree del seguente grafo non orientato, connesso, e pesato. Disegnare passo per passo la costruzione dell’albero e indicare il peso dell’albero ottenuto.
- b) L’albero ottenuto è l’unico albero di copertura minimo per il grafo dato? (Motivare la risposta.)



8. (PUNTI 4) Sia G un grafo non orientato e connesso con n vertici. Si scriva un algoritmo che, per mezzo di una visita del grafo G calcoli, per ogni i compreso tra 0 e $n-1$ il numero dei vertici che nel grafo si trovano a distanza i da un vertice t fornito in input.

(Suggerimento: memorizzare tali informazioni in un array $INFO$, la cui componente i -esima contiene il numero dei vertici di distanza i dal vertice t .)