Algoritmi & Laboratorio, Grafi
Docente: András Horváth
Esame del 9 settembre 2006

1. (4 punti) Durante la visita in profondità di un grafo orientato, al nodo s viene assegnato 2 come tempo di inizio visita. Ci sono 5 nodi che sono raggiungibili da s. Quali sono i valori che il tempo di fine visita di s può assumere? Si motivi la risposta.

2. (5 punti) Si scriva un algoritmo che

- dato un grafo orientato non pesato G, due nodi del grafo s_1 e s_2, e un numero intero n
- stabilisce se s_2 è raggiungibile da s_1 in meno di n passi.

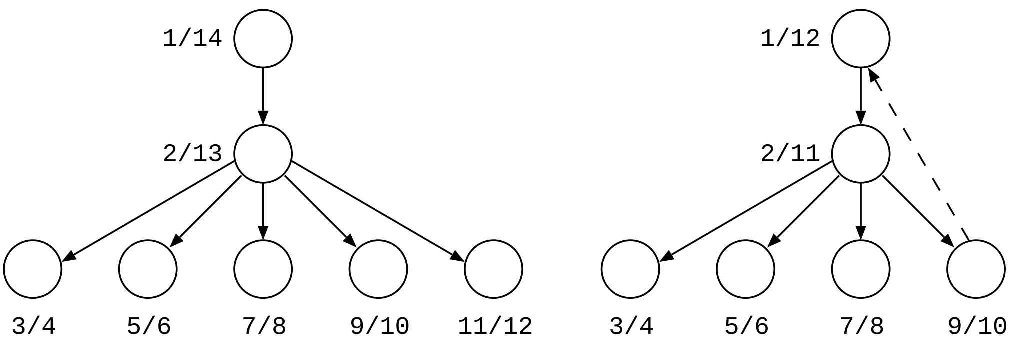
Si discuti la complessità nel caso peggiore.

3. (4 punti) Quanti diversi alberi minimi di copertura possono essere costruiti al seguente grafo col algoritmo di Kruskal?

A: B(1), D(1), E(1)
B: A(1), D(1), C(2)
C: B(2), D(2), F(2)
D: A(1), B(1), C(2), E(3), F(2)
E: A(1), D(3), F(4)
F: C(2), D(2), E(4)

Soluzione del esercizio 1
Ci sono due casi:

- se il nodo con tempo di inizio visita 1 **non è raggiungibile** dal nodo s allora il tempo di fine visita di s è 13 (un esempio è riportato nella figura sotto a sinistra),
- se il nodo con tempo di inizio visita 1 **è raggiungibile** dal nodo s allora il tempo di fine visita di s è 11 (un esempio è riportato nella figura sotto a destra, l'arco 9/10 $--\,>$ 1/12 fa parte del grafo ma non del albero di scoperta).



Soluzione del esercizio 2

- il problema si può risolvere applicando l'algoritmo di visita in ampiezza col calcolo di livello (l'attributo d)

- **INIZIALIZZA**(G)
  for $\forall u \in V$ **do**
  color$[u] \leftarrow$ bianco
  $\pi[u] \leftarrow$ null
  d$[u] \leftarrow \infty$

- **VISITA**(G, s)
  $D \leftarrow$ make_empty
  color$[s] \leftarrow$ grigio
  d$[s]$=0
  add(D, s)
  while non_empty(D) **do**
  $u \leftarrow$ first(D)
  for $\forall v : v$ è bianco ed è $\in$ adj$[u]$ **do**
  color$[v] \leftarrow$ grigio
  $\pi[v] \leftarrow u$
  add(D, v)
  d$[v] \leftarrow$ d$[u]$+1
  color$[u] \leftarrow$ black
  remove_first(D)

- se l'attributo d del nodo s_2 è minore di n, allora s_2 e raggiungibile da s_1 in meno di n passi

- la complessità nel caso peggiore è uguale alla complessità della visita: $O(|V| + |E|)$

Soluzione del esercizio 3

- tra gli archi con peso 1 possiamo scegliere in tre modi diversi:
  - AB, AD e AE oppure
  - AB, BD e AE oppure
  - AD, BD e AE

- tra gli archi con peso 2 possiamo scegliere in cinque modi diversi:
  - BC e CF oppure
  - BC e DF oppure
  - CD e CF oppure
  - CD e DF oppure
  - CF e DF

- quindi abbiamo 15 alberi minimi di copertura diversi