



## La codifica dei numeri

---

- La rappresentazione dei numeri con il sistema decimale può essere utilizzata come spunto per definire un metodo di codifica dei numeri all'interno degli elaboratori: la sequenza 15 viene interpretato come: 1 decina + 5 unità
- In generale la sequenza  $c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$  (ogni " $c_i$ " è una cifra compresa tra "0" e "9") viene interpretata come:

$$\begin{aligned} & c_0 \times 10^0 + && (c_0 \text{ unità}) \\ & c_1 \times 10^1 + && (c_1 \text{ decine}) \\ & c_2 \times 10^2 + && (c_2 \text{ centinaia}) \\ & && \dots \\ & c_{n-1} \times 10^{n-1} + \\ & c_n \times 10^n \end{aligned}$$



## Un ripasso di aritmetica: la notazione posizionale

- La numerazione decimale utilizza una **notazione posizionale** basata sul numero 10 (**base**). La sequenza "234" rappresenta il numero  $4 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^2$
- La notazione posizionale può essere utilizzata in qualunque altro sistema di numerazione (con base diversa da 10)
- Nel sistema di numerazione binario i numeri vengono codificati utilizzando le due cifre "0" e "1"
- Nel sistema di numerazione ottale i numeri vengono codificati utilizzando le otto cifre "0", "1", ....., "7"
- Nel sistema di numerazione esadecimale i numeri vengono codificati utilizzando le sedici cifre "0", "1", ....., "8", "9", "A", "B", "C", "D", "E", "F"
  - La cifra "A" corrisponde a 10, la cifra "B" corrisponde a 11, la cifra "C" corrisponde a 12, la cifra "D" corrisponde a 13, la cifra "E" corrisponde a 14, la cifra "F" corrisponde a 15,



## Un ripasso di aritmetica: La notazione posizionale

- In analogia con il caso decimale la sequenza  $c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$  (ogni " $c_i$ " è la cifra "0" o la cifra "1") rappresenterà, in binario, il numero

$$c_0 \times 2^0 + c_1 \times 2^1 + \dots c_{n-1} \times 2^{n-1} + c_n \times 2^n$$

La sequenza "1011"denota il numero

$$1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 11 \text{ (in base 10)}$$

- In analogia con il caso decimale la sequenza  $c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$  rappresenterà, in esadecimale, il numero

$$c_0 \times 16^0 + c_1 \times 16^1 + \dots c_{n-1} \times 16^{n-1} + c_n \times 16^n$$

La sequenza "1011"denota il numero

$$1 \times 16^0 + 1 \times 16^1 + 0 \times 16^2 + 1 \times 16^3 = 4113 \text{ (in base 10)}$$

*Per evitare ambiguità si usa la notazione  $1011_2 = 11_{10}$*

*Per evitare ambiguità si usa la notazione  $1011_{16} = 4113_{10}$*



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione decimale - limitazioni

- Consideriamo la base dieci: con tre cifre decimali si possono rappresentare i numeri compresi tra 0 e 999, il numero successivo (1000) richiede una quarta cifra di cui non disponiamo

In questo caso si dice che si ha un problema di **overflow**, ossia si eccede il numero di cifre destinato alla rappresentazione, e si genera un errore perché il numero non può essere gestito

Poiché il numero 999 può essere scritto come  $10^3-1$  (ossia 1000-1), possiamo enunciare la seguente regola:

con N cifre decimali si possono rappresentare  
i numeri da 0 a  $10^N-1$



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - limitazioni

Consideriamo la base due: con tre cifre binarie si possono rappresentare i numeri compresi tra 0 e  $2^3-1$  (ossia 8-1), possiamo enunciare la seguente regola:

**con N cifre binarie si possono rappresentare i numeri da  
0 a  $2^N-1$**

Esempio con  $N=3$ :

numero decimale	rappresentazione binaria
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione esadecimale - limitazioni

Consideriamo la base sedici: con tre cifre esadecimali si possono rappresentare i numeri compresi tra 0 e  $16^3-1$  (ossia 4096-1).

**con N cifre esadecimali si possono rappresentare i numeri da 0 a  $16^N-1$**

Esempio con N=2:

numero decimale	rappresentazione esadecimale
0	00
1	01
.....	.....
10	0A
11	0B
.....	.....
15	0F
16	10
17	11
.....	.....
30	1E
31	1F
32	20
.....	.....



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - operazioni

---

- A queste rappresentazioni si possono applicare le operazioni aritmetiche:

$$0+0=0$$

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

$1+1=0$  con riporto di 1 ovvero 10

- $1+1$  in decimale è uguale a 2 ma siamo nella notazione binaria che ha solo due cifre, 0 e 1



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - operazioni

- A queste rappresentazioni si possono applicare le operazioni aritmetiche:

riporti

1

1 0 +

1 0 =

1 0 0



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - operazioni

- A queste rappresentazioni si possono applicare le operazioni aritmetiche:

riporti

1

1 1 +

1 0 =

1 0 1



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - operazioni

- A queste rappresentazioni si possono applicare le operazioni aritmetiche:

riporti

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ + \\ 1 \ 1 \ = \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$



## Un ripasso di aritmetica: Rappresentazione binaria - operazioni

- A queste rappresentazioni si possono applicare le operazioni aritmetiche:

riporti

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \ + \\ 1 \ 1 \ = \\ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$